

Тема урока: « Теорема косинусов».

Урок подготовлен для 9 класса по учебнику Атанасян.

(Урок составлен с использованием проблемного обучения).

- Цель урока:**
1. Рассмотреть и доказать теорему косинусов.
 2. Закрепление этой теоремы при решении задач.
 3. Произвести выражение косинуса угла через стороны треугольника.
 4. Научиться выражать любую сторону треугольника через другие стороны.

Ход урока.

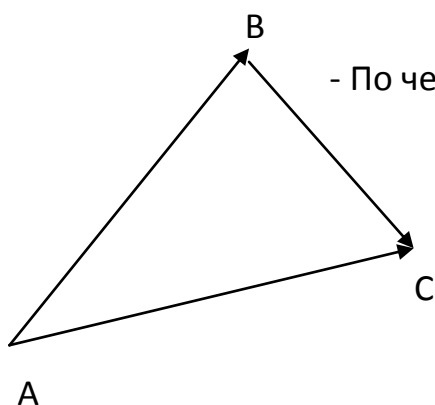
1. *Организационный момент.*

- а) Проверка домашнего задания. Разбор заданий, вызвавшие затруднения у учащихся.
- б) Сформулировать тему урока. Обсудить с учащимися цели урока.

2. *Устная работа.*

– Сегодня мы проведём интересную устную работу, а результаты будем записывать в столбик « подсказка».

¶ Вспомним сложение и вычитание векторов.



Подсказка:

- По чертежу составьте формулу сложения векторов

$$\begin{array}{ccccccc} & \rightarrow & & \rightarrow & & \rightarrow & \\ \rightarrow & & \rightarrow & & \rightarrow & & \\ \text{AB} & + & \text{BC} & = & \text{AC} & & \\ & & & & \rightarrow & & \end{array}$$

- Как выразить BC ?

$$\begin{array}{ccccccc} & \rightarrow & & \rightarrow & & \rightarrow & \\ \rightarrow & & \rightarrow & & \rightarrow & & \\ \text{BC} & = & \text{AC} & - & \text{AB} & & \end{array}$$

Напишите формулу скалярного произведения векторов \vec{AB} и \vec{AC}

$$\begin{array}{ccccccc} & \rightarrow & & \rightarrow & & \rightarrow & \\ \rightarrow & & \rightarrow & & \rightarrow & & \\ \text{AB} \cdot \text{AC} & = & |\text{AB}| \cdot |\text{AC}| \cdot \cos\varphi. & & & & \end{array}$$

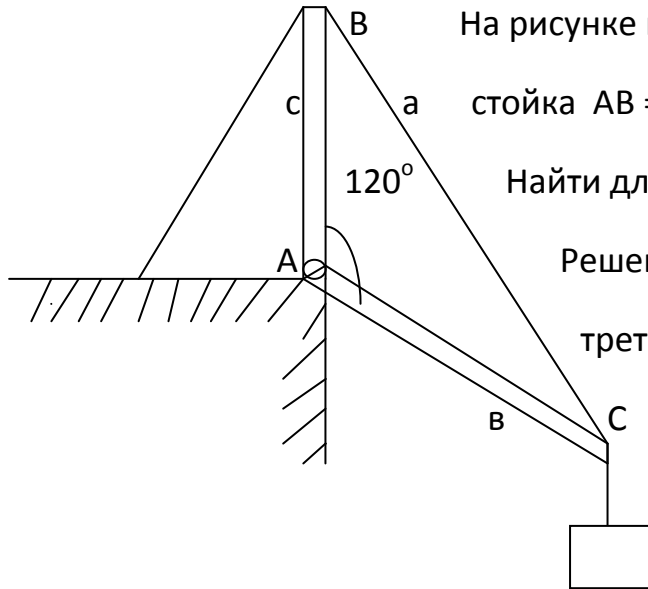
¶ Вспомните формулы: квадрат суммы и разности двух величин.

$$(a + b) = a^2 + 2ab + b^2; \quad (a - b) = a^2 - 2ab + b^2$$

- Мы вспомнили и повторили то что нам понадобится к сегодняшнему уроку. Обращаться будем к колонке « подсказка».

- А теперь рассмотрим очень интересную жизненную задачу.

3. Проблемная задача.



На рисунке изображён подъёмный кран, у которого

стойка $AB = 10$ м, плечо $AC = 13$ м, а угол $BAC = 120^\circ$

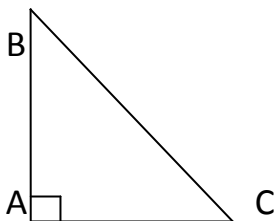
Найти длину тяги BC .

Решение этой задачи сводится к нахождению

третьей стороны a по двум известным сторо-

нам b и c и углу A между ними.

4. Изучение нового материала.



Если бы у нас был прямоугольный треугольник, то

никаких проблем, по т. Пифагора $c^2 = a^2 + b^2$, но

$\cos 90^\circ = 0$, тогда мы можем переделать эту

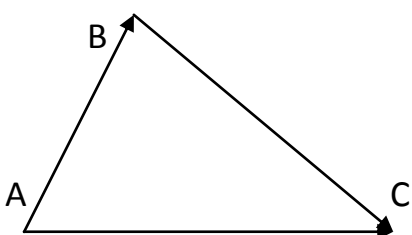
теорему: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 90^\circ$. Но это для прямоугольного треугольника,

а для другого треугольника: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$ будет ли справедливо ?

Попробуем доказать эту теорему, но сначала сформулируем словесно.

Т. 12.1 *Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.*

(Для слабого и среднего по знаниям класса учитель записывает на доске сам доказательство с помощью учащихся, используя подсказки.)



Доказать: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A$

Доказательство: 1. Выразите вектор \vec{BC}

через векторы \vec{AC} и \vec{AB} : $\vec{BC} = \vec{AC} - \vec{AB}$

2. Возведите обе части полученного

равенства в квадрат: $\vec{BC}^2 = (\vec{AC} - \vec{AB})^2$
 $\vec{BC}^2 = \vec{AC}^2 - 2 \cdot \vec{AC} \cdot \vec{AB} + \vec{AB}^2$

3. Выразите скалярное произведение векторов АВ и АС через их модули и коинус угла между ними.

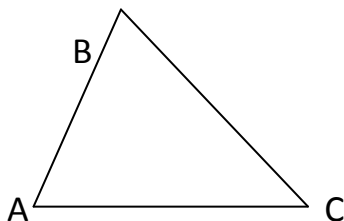
$\vec{BC}^2 = \vec{AC}^2 + \vec{AB}^2 - 2 \cdot |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cdot \cos A$ т.к. $|\vec{AB}|$ - это длина отрезка АВ и $\vec{BC}^2 = BC^2$, то $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A$ а это формулировка нашей теоремы.

(В сильном классе доказательство могут сделать самими учащиеся по данному плану)

5. Закрепление материала.

1) **Задача:**

Дано: ΔABC , $AB=2$ см, $AC=3$ см, угол $BAC=60^\circ$.



Найти: BC.

Решение: по теореме косинусов:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A$ подставим

$BC^2 = 2^2 + 3^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 4 + 9 - 12 \cdot \frac{1}{2} = 13 - 6 = 7$, значит $BC = \sqrt{7}$ см.

Вернёмся к нашей задаче.

Решение: по теореме косинусов: $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos A$.

$BC^2 = 169 + 10 - 2 \cdot 13 \cdot 10 \cdot \cos 120^\circ = 269 - 260 \cdot \cos(180^\circ - 60^\circ) = 269 - 260 \cdot (-\cos 60^\circ) = 269 + 260 \cdot \frac{1}{2} = 269 + 130 = 399 \Rightarrow BC = \sqrt{399} \approx 20$ м.

Замечание: Обратите внимание на знак перед удвоенным произведением,

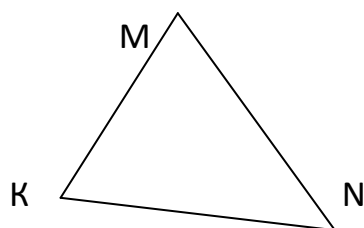
" - " если угол А – острый

" + " – если угол А – тупой. Почему? (Надо это обсудить).

2) Выразите \cos угла.

б) *Задания для домашней работы. Вопрос №1, №1,*

7) *Подведение итога урока:* - Что мы сегодня изучили? Запишите эту



теорему для KN в ΔKMN :

$(KN^2 = KM^2 + MN^2 - 2 \cdot KM \cdot MN \cdot \cos M)$, также для KM.

Урок «Теорема косинусов», 9 класс

Учитель: Лазукова И.В.

МАОУ «СОШ №76» г.Пермь

8) Рефлексия.