

**Тема урока: « Теорема косинусов».**

Урок подготовлен для 9 класса по учебнику Атанасян.

( Урок составлен с использованием проблемного обучения).

- Цель урока:**
1. Рассмотреть и доказать теорему косинусов.
  2. Закрепление этой теоремы при решении задач.
  3. Произвести выражение косинуса угла через стороны треугольника.
  4. Научиться выражать любую сторону треугольника через другие стороны.

**Ход урока.**

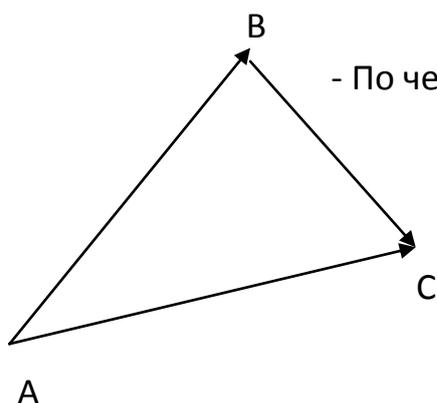
1. *Организационный момент.*

- а) Проверка домашнего задания. Разбор заданий, вызвавшие затруднения у учащихся.
- б) Сформулировать тему урока. Обсудить с учащимися цели урока.

2. *Устная работа.*

– Сегодня мы проведём интересную устную работу, а результаты будем записывать в столбик « подсказка».

¶ Вспомним сложение и вычитание векторов.



**Подсказка:**

- По чертежу составьте формулу сложения векторов

$$\begin{array}{ccccccc} & \rightarrow & & \rightarrow & & \rightarrow & \\ \vec{AB} & + & \vec{BC} & = & \vec{AC} & & \\ & & & & \rightarrow & & \end{array}$$

- Как выразить  $\vec{BC}$  ?

$$\begin{array}{ccccccc} & \rightarrow & & \rightarrow & & \rightarrow & \\ \vec{BC} & = & \vec{AC} & - & \vec{AB} & & \end{array}$$

Напишите формулу скалярного произведения векторов  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$

$$\begin{array}{ccccccc} & \rightarrow & & \rightarrow & & \rightarrow & \\ \vec{AB} \cdot \vec{AC} & = & |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cdot \cos\varphi. & & & & \end{array}$$

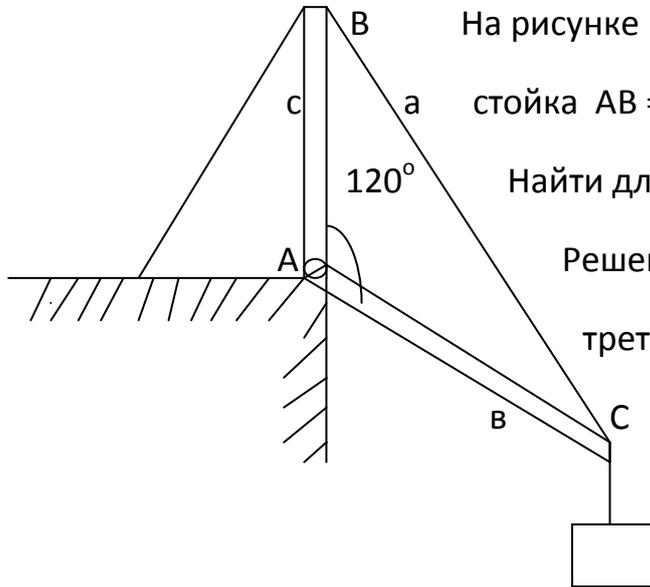
¶ Вспомните формулы: квадрат суммы и разности двух величин.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2; \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

- Мы вспомнили и повторили то что нам понадобится к сегодняшнему уроку. Обращаться будем к колонке « подсказка».

- А теперь рассмотрим очень интересную жизненную задачу.

### 3. Проблемная задача.



На рисунке изображён подъёмный кран, у которого

стойка  $AB = 10$  м, плечо  $AC = 13$  м, а угол  $BAC = 120^\circ$

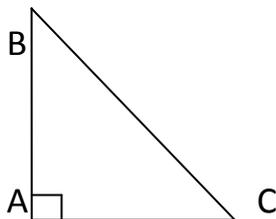
Найти длину тяги  $BC$ .

Решение этой задачи сводится к нахождению

третьей стороны  $a$  по двум известным сторо-

нам  $b$  и  $c$  и углу  $A$  между ними.

### 4. Изучение нового материала.



Если бы у нас был прямоугольный треугольник, то

никаких проблем, по т. Пифагора  $c^2 = a^2 + b^2$ , но

$\cos 90^\circ = 0$ , тогда мы можем переделать эту

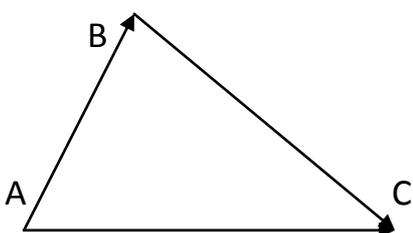
теорему:  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 90^\circ$ . Но это для прямоугольного треугольника,

а для другого треугольника:  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$  будет ли справедливо ?

Попробуем доказать эту теорему, но сначала сформулируем словесно.

Т. 12.1 *Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.*

( Для слабого и среднего по знаниям класса учитель записывает на доске сам доказательство с помощью учащихся, используя подсказки.)



Доказать:  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A$

Доказательство: 1. Выразите вектор  $\vec{BC}$

через векторы  $\vec{AC}$  и  $\vec{AB}$ :  $\vec{BC} = \vec{AC} - \vec{AB}$

2. Возведите обе части полученного

равенства в квадрат:  $\vec{BC}^2 = (\vec{AC} - \vec{AB})^2$   
 $\vec{BC}^2 = \vec{AC}^2 - 2 \cdot \vec{AC} \cdot \vec{AB} + \vec{AB}^2$

3. Выразите скалярное произведение векторов АВ и АС через их модули и коинус угла между ними.

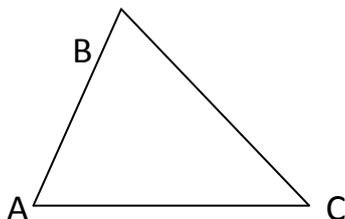
$\vec{BC}^2 = \vec{AC}^2 + \vec{AB}^2 - 2 \cdot |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cdot \cos A$  т.к.  $|\vec{AB}|$  - это длина отрезка АВ и  $\vec{BC}^2 = BC^2$ , то  $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A$  а это формулировка нашей теоремы.

( В сильном классе доказательство могут сделать самими учащиеся по данному плану)

5. Закрепление материала.

1) Задача:

Дано:  $\Delta ABC$ ,  $AB=2$ см,  $AC=3$ см, угол  $BAC=60^\circ$ .



Найти: BC.

Решение: по теореме косинусов:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A$  подставим

$BC^2 = 2^2 + 3^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 4 + 9 - 12 \cdot \frac{1}{2} = 13 - 6 = 7$ , значит  $BC = \sqrt{7}$  см.

Вернёмся к нашей задаче.

Решение: по теореме косинусов:  $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos A$ .

$BC^2 = 169 + 10 - 2 \cdot 13 \cdot 10 \cdot \cos 120^\circ = 269 - 260 \cdot \cos(180^\circ - 60^\circ) = 269 - 260 \cdot (-\cos 60^\circ) = 269 + 260 \cdot \frac{1}{2} = 269 + 130 = 399 \Rightarrow BC = \sqrt{399} \approx 20$ м.

Замечание: Обратите внимание на знак перед удвоенным произведением,

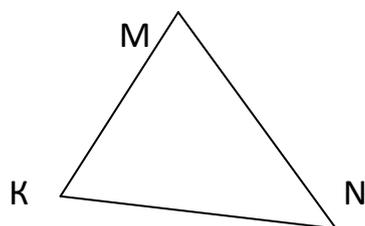
" - " если угол А – острый

" + " – если угол А – тупой. Почему? ( Надо это обсудить).

2) Выразите  $\cos$  угла.

б) Задания для домашней работы. Вопрос №1, №1,

7) Подведение итога урока: - Что мы сегодня изучили? Запишите эту



теорему для KN в  $\Delta KMN$ :

$(KN^2 = KM^2 + MN^2 - 2 \cdot KM \cdot MN \cdot \cos M)$ , также для KM.

Урок «Теорема косинусов», 9 класс

Учитель: Лазукова И.В.

МАОУ «СОШ №76» г.Пермь

*8) Рефлексия.*